МЕТОДЫ СНИЖЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ ДЕМОДУЛЯЦИИ БЕЗ ПОТЕРЬ В ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ С БОЛЬШИМ КОЛИЧЕСТВОМ АНТЕНН

© 2016 г. В.Б. КРЕЙНДЕЛИН, А.Э. СМИРНОВ

Московский технический университет связи и информатики
e-mail: smirnov.al.ed@gmail.com

В современных системах связи с целью увеличения спектральной эффективности используются системы с несколькими передающими и несколькими приёмными антеннами (MIMO – Multiple Input Multiple Output). В отличие от систем, в которых на передающей и приёмной сторонах имеется по одной антенне, в многоантенных системах передаваемые сигналы разделяются ещё и по лучам, приходящим на приёмную сторону [1].

Различные вариации использования систем MIMO можно увидеть в современных стандартах беспроводных сетей. С момента зарождения первых многоканальных систем с пространственным разделением одна из ветвей развития систем MIMO заключается в увеличении количества антенн как на приёмной, так и на передающей сторонах. Например, система MIMO согласно стандарту IEEE 802.11ac (IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers) для Wi-Fi может состоять из 8 приёмных и 8 передающих антенн, что позволяет существенно повысить пропускную способность системы по сравнению с отсутствием многоканальной передачи. Альтернативным вариантом увеличения пропускной способности является увеличение ширины канала или использование модуляций высоких порядков. Но повысить пропускную способность данными способами в некоторых случаях достаточно проблематично, а иногда и практически невозможно. Проблема заключается в том, что использование модуляций высоких порядков возможно при достаточно высоком отношении сигнал-шум, чего не всегда получается достичь в реальной помеховой обстановке. В случае увеличения ширины канала, помимо увеличения пропускной способности, результатом также будет снижение спектральной плотности мощности, что приведёт к уменьшению области распространения сигнала. Стоит отметить, данные варианты увеличения пропускной способности используются, несмотря на описанные особенности. Обычно они используются как раз совместно с многоканальными системами. Таким образом, использование систем MIMO является наиболее надежным способом увеличения пропускной способности системы беспроводной связи.

Развитие многоантенных систем привело к появлению так называемых «больших» систем MIMO (massive MIMO), или систем с больших количеством антенн. Основным отличием данных многоканальных систем от традиционных систем MIMO является увеличение количества антенн в антенных решетках как на передающей, так и на приёмной стороне до нескольких сотен [2,3].

Системы связи с большим количеством антенн имеют все основные преимущества многоканальных систем по сравнению с одноантенными системами, а также преимущества перед традиционными системами MIMO [2], среди которых, в первую очередь, можно выделить увеличение надежности работы сети и повышение ёмкости сети.

Применение систем связи с большим количеством антенн подразумевает использование тех же алгоритмов обработки сигнала на передающей и приёмной стороне, что и в традиционных системах MIMO. Но использование этих алгоритмов не всегда возможно по причине высокой вычислительной сложности, которая зависит от количества пространственных потоков.

Параметр ***вычислительная сложность*** позволяет классифицировать алгоритмы в зависимости от количества операций, которые необходимо выполнить для получения результата [4]. Другими словами, этим термином обозначают количество элементарных арифметических операций, которые необходимо выполнить для получения результата. Произведём подсчёт количества операций, которые необходимо выполнить в системе MIMO для оценки вектора принятых символов на приёмной стороне. Отметим, что для современных систем связи характерно то, что обработка сигнала на приёмной стороне должна быть произведена за период времени, равный длительности одного информационного символа [1].

Опишем математически многоканальную систему. Модель принимаемого сигнала в системе MIMO в комплексной векторно-матричной форме:

$$y = H * x + \eta, \tag{1}$$

где N — количество антенн на передающей стороне, y — вектор принятых комплексных отсчётов размерности $M \times 1$, M — количество антенн на приёмной стороне, H — матрица комплексных коэффициентов передачи канала связи размерности $M \times N$, x— вектор переданных информационных символов размерности $N \times 1$, η — комплексный гауссовский случайный вектор шума в канале связи. Примем, что количество антенн на приёмной стороне равно количеству антенн на передающей стороне, то есть $N = M$. В таком случае, матрица H — квадратная матрица размерности $N \times N$.

На приёмной стороне для вычисления оценки переданных символов в многоканальных системах можно использовать один из трёх алгоритмов [1]:

- метод обнуления (иногда называют декоррелятором) (ZF — Zero Forcing);
- алгоритм, оптимальный по критерию минимума среднеквадратической ошибки (MMSE — Minimum Mean Square Error);
- метод максимального правдоподобия (ML — Maximum Likelihood).

Первые два алгоритма – ZF и MMSE – линейные, обладают достаточно низкой вычислительной сложность по сравнению с ML, но и более низкой помехоустойчивостью. Из-за высокой вычислительной сложности получение оценки с использованием метода ML практически не может быть реализовано. Подробно это описано в [1].

Получение оценки вектора принятых символов с использованием метода ZF может быть осуществлено по формуле:

$$\hat{\mathrm{x}}_{\mathrm{ZF}} = \mathrm{G}_{\mathrm{ZF}} * \mathrm{y} = (\mathrm{H}'\mathrm{H})^{-1} * \mathrm{H}' * \mathrm{y}. \tag{2}$$

Оценка, получаемая в результате работы алгоритма MMSE, математически выглядит следующим образом:

$$\hat{\mathrm{x}}_{\mathrm{MMSE}} = \mathrm{G}_{\mathrm{MMSE}} * \mathrm{y} = (\mathrm{H}'\mathrm{H} + 2\sigma^2 1)^{-1} * \mathrm{H}' * \mathrm{y}, \tag{3}$$

где $2\sigma^2$ — суммарная дисперсия действительной и мнимой компоненты вектора гауссовского шума. Из (2) и (3) видно, что в алгоритме MMSE, по сравнению с ZF, учитывается наличие шума, поэтому обладает большей помехоустойчивостью вычисления оценки. Таким образом, алгоритм MMSE является приоритетным для использования на приёмной стороне многоканальной системы.

Обратимся к (3) для подсчёта количества операций, необходимых для получения оценки:

- перемножение двух матриц комплексных чисел размерности $N \times N$;
- умножение матрицы комплексных чисел размерности $N \times N$ на вектор комплексных чисел размерности N (эту операцию необходимы выполнить 2 раза);

- сложение двух матриц комплексных чисел размерности $N \times N$;
- обращение матрицы комплексных чисел размерности $N \times N$.

Разберём подробно каждую операцию. Для получения произведения двух матриц комплексных чисел размерности $N \times N$ необходимо выполнить [5] N^3 операций комлексного умножения и $N^3 - N^2$ операций комплексного сложения. При этом каждая операция комплексного умножения требует четырёх операций действительного умножения и двух операций действительного сложения [6]. Умножение матрицы комплексных чисел на вектор комплексных чисел требует N^2 операций комплексного умножения и $(\mathrm{N}^3 - \mathrm{N})$ операций комплексного сложения, сложение двух матриц – N^2 операций комплексного сложения. Операцию обращения матрицы предлагается выполнить с помощью решения матричной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Подробно о том, как это сделать, описано в [7], мы же ограничимся вычислительной сложность данной операции. Для решения СЛАУ методом Гаусса без выбора главного элемента необходимо выполнить [7] $\left(\frac{5\mathrm{N}^3-\mathrm{N}^2+\mathrm{N}}{6}\right)$ операций комплексного умножения, $\left(\frac{\mathrm{N}^2+\mathrm{N}}{2}\right)$ операций комплексного деления и $\left(\frac{5\mathrm{N}^3-3\mathrm{N}^2-2\mathrm{N}}{6}\right)$ операций комплексного сложения, а также предварительно необходимо перемножить две матрицы комплексных чисел, сложность чего была приведена ранее.

Предположим, что $N = 128$ (причём N – степень числа 2), то есть размерность матрицы H будет 128×128, что характерно для сетей связи пятого поколения 5G с применением многоканальных систем с большим количеством антенн. В таком случае, количество операций для получения оценки MMSE на приёмной стороне может быть рассчитано по приведённым выше выражениям и равно 47838912. Такое количество операций на приёмной стороне необходимо выполнить за период, равный длительности одного информационного символа, другими словами, за несколько десятков микросекунд.

Нами предлагается метод, позволяющий снизить количество операций, которое необходимо для получения оценки MMSE, без изменения характеристик помехоустойчивости данного метода.

Снижение количества операций производится за счёт использования алгоритма Штрассена и метода 3M.

Алгоритм Штрассена позволяет снизить количество операций умножения необходимых для перемножения матриц до 7, но при этом увеличивается количество операций сложения до 18. Подробно данный алгоритм описан в [8]. Стоит отметить, что наиболее эффективно [8] применять данный алгоритм как раз для матриц размерностью более, чем 40×40. Метод 3M относится к комплексным числам, и его применение позволяет снизить количество операций действительного умножения до 3 при получении произведения двух комплексных чисел, при этом число операций действительного сложения увеличивается до 5. Также данный алгоритм можно применять для перемножения двух матриц комплексных чисел. Подробно это описано в [6]. Предлагается совместно использовать алгоритм Штрассена и метод 3M в оценке MMSE для операций перемножения матриц, умножения матрицы на вектор и обращения матрицы. Так как для матриц размерность 4×4 и более алгоритм Штрассена используется рекурсивно [8], то для совместного использования предлагается изначально перемножение двух матриц комплексных чисел выполнять с использованием метода 3M, а те умножения матриц, которые требуется метод 3M (отдельно матриц, содержащих действительные части, отдельно — мнимые) выполнять с использованием алгоритма Штрассена. При этом алгоритм Штрассена рекурсивно начинает применяться для матриц размерностью 16×16 и более, а метод 3M, в свою очередь, для матриц размерность 32×32 и более. Перемножение комплексных матриц меньших размерностей в рекурсии производится традиционным методом.

Используя приведённые ранее выражения для получения оценки MMSE, а также формулы для алгоритма Штрассена из [8] и метода 3M для перемножения двух матриц из [6], можно подсчитать, что вычислительная сложность получения оценки MMSE при $N = 128$ будет составлять 33221184 арифметических операций.

Таким образом, использованием алгоритма Штрассена и метода 3M для получения оценки MMSE позволяет снизить общее количество необходимых арифметических операций на $\approx 31\%$ без потерь в помехоустойчивости, в случае применения многоканальной системы с большим количеством антенн, а именно при размерности матриц 128×128, то есть при наличии на передающей и приёмной стороне антенной решётки, содержащей 128 элементов, что является одним из аспектов сетей пятого поколения 5G.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б.* — Технология MIMO: принципы и алгоритмы. — М.: Горячая линия – Телеком, 2014. — 244 с., ил.
2. *Larsson E.G., Edfors O., Tufvesson F., Martezza T.L.* Massive MIMO for next generation wireless systems // Communications Magazine, IEEE. — 2014.— Volume:52, issue: 2. — pp. 186-195.
3. *Micaela Troglia Gamba.* Algorithms and architectures for the detection of MIMO signals. Micro and nanotechnologies/Microelectronics. Telecom Bretagne; Universite de Bretagne Occidentale, 0013. English. <tel-01180879v1>.
4. *Левитин А.В.* Алгоритмы: введение в разработку и анализ : пер. с англ. — М.: Издательский дом “Вильямс”, 2006. — 576 с., ил.
5. *А.Ахо, Дж.Хопкрофт, Дж.Ульман.* Построение и анализ вычислительных алгоритмов. – М.: Мир, 1979. – 536 стр.
6. *Higham, Nicholas J.* — Stability of a method for multiplying complex matrices with three real matrix multiplications. — SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. — 2006. — Volume:13, issue: 3. — pp. 681–687.
7. *Самарский А.А., Гулин А.* — Численные методы. — М.: Наука, 1989, 432 с.
8. *Higham, Nicholas J.* — Accuracy and stability of numerical algorithms // Second edition. — University of Manchester, Manchester, England. — 2002. — 690 p.