ТЕНЗОР ГРИНА ДЛЯ ПОЛЯ ЩЕЛЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ С МНОГОСЛОЙНЫМ УКРЫТИЕМ

© 2016 г. В.В. ЧЕБЫШЕВ, О.И. ЯСТРЕБЦОВА

Московский технический университет связи и информатики
e-mail: yastrebtsova@rambler.ru

При создании малогабаритных низкопрофильных антенн для различных систем связи используются микрополосковые и щелевые излучающие структуры, расположенные в многослойных средах. Многослойная среда может использоваться и как подложка, и как укрытие, может включать также слои из метаматериалов, что является очень перспективным направлением, так как позволяет существенно изменять направленные и частотные свойства антенн. Однако при проектировании возникает необходимость строгого электродинамического анализа многослойных структур и разработки эффективной методики, позволяющей проводить их численное исследование.

В работе рассмотрен метод математического моделирования щелевых излучающих структур в многослойных средах. Метод основан на наиболее общем подходе при решении электродинамических задач для неоднородных сред, который состоит в построении интегральных представлений полей в плоских слоистых средах с использованием для этой цели формализма представления векторных потенциалов поля электрических и магнитных источников с помощью тензорной функции Грина. В свою очередь в ее представлении удается выделить дипольную особенность поля в элементах тензоров. Последующее обращение электродинамической задачи приводит к интегральным уравнениям первого рода Фредгольмовского типа (со слабой особенностью ядра уравнения), пригодным для численного решения.

Поле, создаваемое щелью в проводящем экране, эквивалентно распределению магнитного тока, поэтому тензорная функция Грина строится для поля магнитного источника, расположенного в слоистой среде. Таким образом, необходимо рассмотреть задачу возбуждения электромагнитного поля в плоской слоисто-однородной среде локальным распределением магнитного тока с объемной плотностью $\vec{j}^{\,м}(M_0), M_0 \in V$.

Предполагается гармоническое изменение поля во времени по закону $\exp(i\omega t)$. Слоистая среда характеризуется параметрами, изменяющимися в направлении нормали к границам раздела сред:

$\dot{\varepsilon}_n = \varepsilon_n(z) - i\sigma_n(z)/\omega$; $\mu_n(z)$; $\sigma_n(z) > 0$, $n = 1...N$, где ε_n, μ_n, σ_n - параметры n-ого слоя. В пределах слоя параметры среды постоянны.

Поле источников будем характеризовать векторным потенциалом $\vec{A}^{м}$. Известно [1], что для неоднородной среды зависимость потенциала $\vec{A}^{м}$ от плотности тока $\vec{j}^{\,м}$ имеет вид линейного оператора,

$$\vec{A}^{м} = \frac{\mu}{4\pi}\int_V \vec{j}^{\,м}(M_0)\,\hat{G}^{м}(M, M_0)\,dV_{M_0} \tag{1}$$

где M_0 - точка источника, M – точка наблюдения, $\hat{G}^{м}(M,M_0)$ - тензорная функция точечного источника, которую будем характеризовать матрицей элементов $\{g_{ij}^{м}(M,M_0)\} i,j=1,2,3$ в виде

$$\hat{G}^{м}=\begin{pmatrix} g_{11}^{м} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22}^{м} & 0 \\ g_{31}^{м} & g_{32}^{м} & g_{33}^{м} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Указанные элементы можно определить как характеристику поля магнитного диполя, расположенного в точке M_0 слоистой среды, для точки наблюдения M, если индексом i определять направление вектора системы координат, в котором наблюдается поле, а индексом j – направление вектора той же самой системы координат, в котором ориентирован диполь, расположенный в точке источника M_0. Представим объемное распределение тока диполя в виде $\vec{j}^{м}=\vec{p}^{м}\delta(M-M_0)$, где $\delta(M-M_0)$ - трехмерная дельта-функция, $\vec{p}^{м}I^{м}d\vec{l}$ - момент диполя. Тогда из (1) следует

$$\vec{A}^{м}=\frac{\mu}{4\pi}\hat{G}^{м}(M,M_0)\vec{p}^{м}(M_0) \qquad (3)$$

По правилу перемножения матриц (2) и (3) можно определить, например, элемент тензора $g_{ij}^{м}$, если известна компонента потенциала A_i для диполя, ориентированного в направлении орта j. Например, для диполя, ориентированного по оси x, элементы $g_{ix}^{м}$, $i=x,y,z$ образуют первый столбец тензора $\hat{G}^{м}$.

Отсюда можно сделать вывод, что элементы тензора Грина (2) можно определить, рассматривая задачи о поле горизонтального и вертикального диполей магнитного типа в слоистой среде.

Для определения элементов тензора Грина (2) в [1] вводится интегральное представление в виде несобственного интеграла типа Фурье-Бесселя с использованием фундаментальной функции Грина слоистой среды, которую можно определить на основе волноводного моделирования слоистой среды [2]. Такое моделирование особенно наглядно для случая расположения точки истока над слоистой средой. Тогда поле в этой области можно рассматривать как результат наложения полей парциальных волн, падающих от источника, и волн, отраженных от границ слоистой среды. Такое представление поля допустимо и в самой слоистой среде [2].

Коэффициенты отражения парциальных волн можно определить как коэффициенты отражения R^H и R^E плоских однородных волн с поляризацией $H_z \neq 0$ (H-волна) и $E_z \neq 0$ (E-волна), распространяющихся в направлении оси z в эквивалентной волноводной линии с поперечным слоисто-однородным заполнением.

Для случая простейшей слоистой среды в виде двух полубесконечных слоев диэлектриков с электрическим диполем, расположенным над слоем диэлектрика (рис. 1), волноводное моделирование слоистой среды приводит к следующим соответствиям для элементов тензора Грина $\hat{G}^{э}$:

$$g_{11}^{э} \div \left(1-R^H\right)W_H^{(0)}e^{-\eta_0 z},\ g_{11}^{э}=g_{22}^{э},$$

$$g_{31}^{э} \div \left[-\left(1+R^E\right)+\frac{\eta_0}{\mu}\left(1-R^H\right)W_H^{(0)}\right]e^{-\eta_0 z},\ g_{31}^{э}=g_{32}^{э},$$

$$g_{33}^{э} \div -\left(1+R^{E}\right)/W_{E}^{(0)}e^{-\eta_0 z}$$

где $W_{H}^{(0)}=\dfrac{\omega\mu_0}{\eta_0}$, $W_{E}^{(0)}=\dfrac{\eta_0}{\omega\varepsilon_0}$, $R^{H}=\dfrac{\eta_0-\eta_1}{\eta_0+\eta_1}$, $R^{E}=\dfrac{\varepsilon_0\eta_1-\varepsilon_1\eta_0}{\varepsilon_0\eta_1+\varepsilon_1\eta_0}$, $\eta_0=\sqrt{\lambda^2-k_0^2}$, $\eta_1=\sqrt{\lambda^2-k_1^2}$,

$$k_n=\omega\sqrt{\varepsilon_n\mu_0}\,,\ n=0,1\,.$$

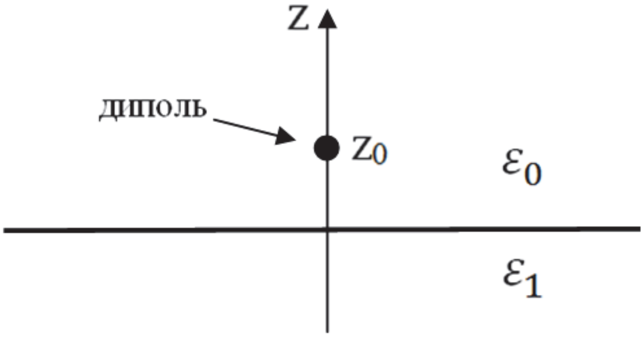

Рис. 1. Расположение источника над границей раздела диэлектриков.

При этом элементы тензора имеют вид:

$$G_0^{э}=\int_0^{\infty}\left(1-R^{H}\right)W_{H}^{(0)}e^{-\eta_0 z}J_0\left(\lambda\rho\right)\lambda\,d\lambda$$

$$g^{э}=\int_0^{\infty}\left[-\left(1+R^{E}\right)+\frac{\eta_0}{\mu}\left(1-R^{H}\right)W_{H}^{(0)}\right]e^{-\eta_0 z}J_0\left(\lambda\rho\right)\lambda\,d\lambda \qquad (4)$$

$$G_1^{э}=-\int_0^{\infty}\left(1+R^{E}\right)/W_{E}^{(0)}e^{-\eta_0 z}J_0\left(\lambda\rho\right)\lambda\,d\lambda$$

Аналогичным образом можно получить представления элементов тензора $\hat{G}^{э}$ для случая поля источника над многослойной средой, содержащей большее число границ разделов диэлектриков. В этом случае в (3) следует выбирать

$$R^{H}=\frac{Z^{H}-\dfrac{\omega\mu}{\eta_0}}{Z^{H}+\dfrac{\omega\mu}{\eta_0}} \text{ и } R^{E}=\frac{Z^{E}-\dfrac{\eta_0}{\omega\varepsilon_0}}{Z^{E}+\dfrac{\eta_0}{\omega\varepsilon_0}}$$

где Z^{H}, Z^{E} - импеданс и адмитанс граничного слоя под источником, которые определяются по методике [2], заключающейся в том, что импедансы пересчитываются последовательно с одной границы многослойной среды на другую.

При рассмотрении той же структуры (рис. 1) для магнитного диполя имеем следующие соответствия:

$$g_{11}^{м} \div -\left(1+R^{E}\right)/W_{E}^{(0)}e^{-\eta_0 z}\,,\ g_{11}^{м}=g_{22}^{м}\,,$$

$$g_{31}^{м} \div \left[\frac{\eta_0}{\varepsilon_1}\left(1+R^{E}\right)/W_{E}^{(0)}+\left(1-R^{H}\right)\right]e^{-\eta_0 z}\,,\ g_{31}^{м}=g_{32}^{м}\,,$$

$$g_{33}^{м} \div \left(1 - R^H\right) W_H^{(0)} e^{-\eta_0 z}$$

Тогда элементы тензора:

$$G_0^{м} = -\int_0^\infty \left(1 + R^E\right) / W_E^{(0)} e^{-\eta_0 z} J_0\left(\lambda\rho\right) \lambda\, d\lambda$$

$$g^{м} = -\int_0^\infty \left[\frac{\eta_0}{\varepsilon_1}\left(1 + R^E\right) / W_E^{(0)} + \left(1 - R^H\right)\right] e^{-\eta_0 z} J_0\left(\lambda\rho\right) \lambda\, d\lambda \qquad (5)$$

$$G_1^{м} = \int_0^\infty \left(1 - R^H\right) W_H^{(0)} e^{-\eta_0 z} J_0\left(\lambda\rho\right) \lambda\, d\lambda$$

Из сопоставления (4) и (5) можно увидеть равенство элементов тензора $g_{33}^{э} = g_{11}^{м}$, $g_{11}^{э} = g_{33}^{м}$, полностью соответствующее принципу двойственности, согласно которому задача об излучении щели в экране соответствует задаче об излучении металлической ленты тех же размеров. Это позволяет сократить вычисление элементов тензора, а также указывает на применимость алгоритма волноводного моделирования для полей магнитного источника в многослойных средах [2]. В дальнейшем этот принцип позволяет использовать результаты исследования полосковых излучателей с узкими ленточными проводниками для исследования щелевых излучателей той же топологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев В.И., Захаров Е.В.* Метод интегральных уравнений // В вычислительной электродинамике. – М.: Макс Пресс, 2008. - 307 с.
2. *Чебышев В.В.* Вычислительная электродинамика для полосковых структур в слоистых средах. - М.: Изд. ЗАО «ПСТМ», 2013. – 128 с.