РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

© 2016 г. В.Е. БОЛНОКИН, В.И. СТОРОЖЕВ, НГУЕН ДИНЬ ЧУНГ

ФГУП Научно-исследовательский и экспериментальный
институт автомобильной электроники и электрооборудования
e-mail: vitalybolnokin@yandex.ru, stvi@i.ua, chungtasagroup@gmail.com

Введение

В теории расписаний учет времени, требуемого на переналадку оборудования, производится двумя следующими способами. В первом способе время переналадки прибавляется к времени операции обработки, что позволяет, учитывая косвенно время переналадки, исключить его из рассмотрения [1]. Способ основан на допущении, что время переналадки модуля на выполнение работы j не зависит от работы i, выполняемой на смежных модулях перед работой j. Однако это допущение во многих приложениях неприемлемо. Во втором способе время операции обработки прибавляется к времени переналадки, при этом из рассмотрения исключается время технологической операции, а задача минимизации времени переналадок сводится к решению задачи коммивояжера [1–3]. Недостатком такого способа является отсутствие простых и эффективных методов решения задачи коммивояжера. В более общей постановке задачи, в отличие от упомянутых моделей, при планировании последовательности переналадок учитывается время технологической операции и время переналадки оборудования.

В работе рассмотрены алгоритмы управления, позволяющие обеспечить минимизацию времени, затрачиваемого на переналадку технологического оборудования, а также выполнения директивных сроков с учетом случайных возмущений.

Постановка и методика решения задачи

Оптимизация планирования дискретных технологических процессов в детерминированном случае. Опишем модель, в рамках которой может быть применен предлагаемый алгоритм. Предварительно отметим, что в процессе производства, рассчитанного на выпуск изделий различной номенклатуры, может потребоваться переналадка технологических процессов различных уровней. Выделим уровень, требующий оптимального планирования (в дальнейшем будем называть его обрабатывающей машиной). Считаем, что обрабатывающая машина может находиться в одном из состояний S, S = 1,…,R, в каждом из которых обрабатываются изделия в соответствии с номером состояния номенклатуры. Переналадкой будем называть перевод машины из состояния i в состояние j. Будем считать, что выделенная в результате декомпозиции технологическая подсистема включена в общий технологический процесс, и, следовательно, изделия должны быть обработаны к определенным моментам времени – директивным срокам. Выполнение на машине определенной технологической операции будем в дальнейшем называть работой. С учетом данных определений задача минимизации времени, затрачиваемого на переналадку машины, для описанной модели может быть сведена к следующей задаче теории расписаний.

На машине необходимо выполнить N работ. Директивные сроки выполнения работ D_i, I = 1,…,N определены. Работы поступают на обслуживание в моменты времени t_i, i = 1,…,N Машина может быть налажена на одно из к состояний. Время переналадки машины из состояния i в состояние j определяется с помощью матрицы $\Delta = \{\delta_{ij}\}, i, j = 1,...,k.$ Считаем, что элементы матрицы обладают следующими свойствами: $\delta_{ij} = 0, \delta_{1i} + \delta_{1j} > \delta_{1j}.$

Это условие имеет важное значение для построения и обоснования алгоритма. Считаем, что это условие не является ограничивающим: если оно не выполняется, то наладку машины из состояния i в состояние j можно провести через промежуточное состояние 1, и тогда условие будет выполнено.

Работы, требующие обслуживания на машине, обозначим через $P_1^S,\ldots,P_N^S$, где i – порядковый номер работы, s = 1,…,k – требуемая наладка машины для выполнения работы i. Предполагаем, что выполнены следующие условия: работы выполняются без прерываний; в каждый момент времени на машине может выполняться не более одной работы. Необходимо определить порядок выполнения работ на машине, удовлетворяющий директивным срокам выполнения работ D_i(I = 1,…,N) и минимизирующий суммарное время переналадок машины T(P).

Предлагаемый алгоритм решения задачи составления расписания основан на известном алгоритме поиска кратчайшего пути между вершинами графа [2].

Рассмотрим алгоритм поиска кратчайшего пути подробнее. Пусть дан граф G, однозначно задаваемый набором его вершин и дуг. Вершины графа обозначим порядковым номером, дугу графа, соединяющую вершину i с вершиной j, - через γ_{ij}. Каждой дуге γ_{ij} сопоставляется число r_{ij} – длина дуги γ_{ij}. Если дуга γ_{ij} отсутствует, считаем, что $r_{ij} = \infty$. В графе G выделено множество начальных $(i_1^h,\ldots,i_n^h)$ и конечных вершин. Необходимо построить минимальный путь, соединяющий начальные вершины графа с конечными вершинами, причем длина пути равна сумме длин всех входящих в него дуг. Каждой вершине графа G сопоставим два числа: R_1 – длину пути из начальных вершин в вершину i и N_1 – номер вершины, из которой произведен переход в вершину i. Кратчайший путь в графе G рассчитывается по следующему алгоритму.

1. Присвоить начальные значения:

$R_1 = 0$, если $i \in \{i_1^h,...,i_n^h\}$, $R_1 = \infty$, если $i \notin \{i_1^h,...,i_n^h\}$, $N_1 = 0$ для $\forall_i$,

(∞ - обозначает число, большее суммы всех длин дуг графа).

2. Последовательно просмотреть все вершины i графа G, для которых $R_i < \infty$.

Для каждой вершины j вычислить новое значение $R_j' = R_2 + r_{ij}$. Если $R_j' < R_j$, тогда присвоить $R_j = R_j'; N_j = i.$

3.Если выполнение п. 2 приводит к изменению длины R, повторить п. 2, в противном случае перейти к п. 4.

4.Найти среди конечных вершин графа вершину с минимальной длиной R.

5.Восстановить по меткам N кратчайший путь из найденной в п. 4 вершины.

Применим данный алгоритм к решению задачи оптимизации переналадок. Построим граф задачи так, чтобы маршрут из начальных вершин графа в конечные можно было бы интерпретировать как некоторое расписание для обрабатывающей машины.

Сгруппируем работы, требующие одной наладки машины:

$$P_1^1, P_2^1,..., P_n^1, P_1^2, P_2^2,..., P_n^2 ....P_1^k, P_2^k,..., P_n^k.$$

Расположим работы в группах в порядке возрастания директивных сроков, т.е. для любых работ P_1^s, P_j^s, если i<j, D_i<D_j. На ортогональных осях k-мерного пространства в зафиксированной последовательности отложим по группам время выполнения работ. Через полученные точки построим (k-1)-мерные подпространства, ортогональные соответствующим осям. Пересечение r-подпространств образует вершины, пересечение (k-1)-подпространств – дуги графа. Полученный граф (рис.1) обозначим через G'. Движение в графе G' по дуге, параллельной некоторой оси, будем интерпретировать как выполнение соответствующей работы, отложенной на этой оси. Длина дуги принимается равной времени выполнения соответствующей работы. Некоторая вершина i графа обозначает такое состояние, когда на машине выполнены все работы, координаты начала которых меньше координаты вершины i. Выделим в графе G' начальную Н и конечную К вершины. Тогда путь из начальной вершины в конечную можно рассматривать как некоторое расписание для обрабатывающей машины. Граф G' является вспомогательным. Преобразуем его в граф G – рабочий граф для решения задачи. Каждую вершину графа G' преобразуем в группу вершин, состоящую из k вершин, попарно соединенных между собой. Каждая вершина группы соединяется с двумя дугами графа G', параллельными оси соответствующей наладки машины. Дуги, соединяющие вершины в группах, задают процесс переналадки машины и имеют длину, равную времени соответствующей переналадки δ_{ij}. Начальная и конечная вершины графа G' преобразуются соответственно в группу начальных и конечных вершин графа G. Длина любого маршрута на графе G из начальных вершин в конечные, определяющего некоторое расписание обрабатывающей машины:

$$L = T + T(P^{П}),$$

где: T – суммарное время выполнения всех работ, является постоянным; $T(P^{П})$ – суммарное время переналадок машины, зависящее от расписания P.

Сформулированная задача теории расписаний на графе G трансформируется в следующую ([4]: найти минимальный путь, соединяющий начальные вершины графа G с удовлетворяющий директивным срокам выполнения работ.

Алгоритм оптимизации переналадок. При прохождении дуги графа, интерпретируемой как выполнение некоторой работы, вычисленное новое значение R сравнивается с директивным сроком выполнения работы. Если директивный срок меньше R, то переход по данной дуге не производится. С учетом вышеизложенного предлагается следующий алгоритм решения поставленной задачи.

1.Присвоить начальные значения:

$R_i = 0$, если $i \in \{i_1^h,...,i_n^h\}$, $R_i = \infty$, если $i \notin \{i_1^h,...,i_n^h\}$, $N_i = 0$ для $\forall_i$.

2.Последовательно просмотреть все вершины i графа G, для которых $R_i < \infty$. Вычислить для каждой вершины j новое значение $R_j' = R_1 + r_{ij}$.

Если $R_j' < R_j$ и $R_i' < D(\gamma_{ij})$, тогда присвоить $R_j = R_j'; N_j = i$, где $R(\gamma_{ij})$ – директивный срок работы γ_{ij} (принимаем равным ∞).

3.Если выполнение п. 2 приводит к изменению R_i, повторить п. 2, в противном случае перейти к п. 4.

4.Если все конечные вершины имеют $R_i = \infty$, т.е. конечные метки не получены, то задача не имеет решения, в противном случае перейти к п. 5.

5.Найти среди конечных вершин графа вершину с минимальной R_i.

6.Восстановить по меткам N_i кратчайший путь из найденной в п. 4 вершины.

Необходимым условием построения графа G является фиксирование порядка выполнения работ в группах – по возрастанию директивных сроков выполнения работ. Введение такого порядка во много раз ограничивает область поиска оптимального решения. Всего же существует $n_1!...n_k!$ графов для данной задачи. Естественно предположить, что существует другой оптимальный порядок выполнения работ в группах, зафиксировав который можно построить расписание с меньшим суммарным временем переналадок, чем то, что дает описанный алгоритм. Однако это не так, что доказывает следующая теорема.

ТЕОРЕМА. Пусть дано допустимое (удовлетворяющее директивным срокам) расписание P с суммарным временем переналадок машины $T^{П}(P)$, тогда существует допустимое расписание P', являющееся маршрутом на построенном графе G, с суммарным временем переналадок

$$T^{П}(P') < T^{П}(P). \tag{1}$$

Зафиксированный порядок выполнения работ в группах оптимальный для данной задачи. Доказательство этой теоремы основано на использовании неравенства (1), справедливого для матрицы времен переналадок $\{\delta_{ij}\}$.

Описанный алгоритм является простым и эффективным средством решения задачи минимизации времени переналадок. Он может найти применение при решении задач календарного планирования в производственных системах различного назначения. Наиболее целесообразно его применение в тех случаях, когда время, затрачиваемое на переналадку оборудования, значительно.

Планирование в условиях случайных воздействий. Рассмотрим алгоритмы составления календарных планов для производств в стохастической постановке (см. также [5]). Пусть каждая партия-операция рассматривается как отдельная партия запуска, для которой заданы срок поставки и директивный срок выпуска, причем, если (p,j) и (p,j+1) – две партии-операции над одной партией обрабатываемого компонента , следующих друг за другом, и им соответствуют новые номера партий p' и p'', то директивный срок выпуска предыдущей партии становится сроком поставки следующей за ней партии: $D_{p'} = d_{p''}$. Предполагается также, что профилактический ремонт отсутствует. Требуется построить не задерживающее расписание $L = (m_p, \underline{t}_p), \quad p = 1,2,...,P,$ минимизирующее функционал качества $L = \max\limits_p(\bar{t}_p - D_p)$ и удовлетворяющее условию $\underline{t}_p \ge d_p$. Здесь: m_p – номер машины, на которой обрабатывается партия p=1,2,…,P; $\underline{t}_h$ – начало обработки партии p; $\bar{t}_p = \underline{t}_p + t_p$ – окончание обработки. Можно показать, что для того, чтобы существовало расписание $L^{[M]}, = \{t_{p_1}, t_{p_2}, ..., t_{p_p}\}$ удовлетворяющее директивным срокам $D_p^{[N]}, \quad p = 1,2,...,P,$ необходимо, чтобы

$$\sum_{i=1}^{\{p\}} t_{p_i} \le ND_p^{[N]} + (t_{p-1}^* - t_p)(N-1),$$ и достаточно, чтобы

$$\sum_{i=1}^{\{p\}} t_{p_i} \le ND_p^{[N]} - (N-1)t_p, \text{ где } t_{p-1}^* = \max_{i \in 1,\{p\}-1} t_{p_i}.$$

Заметим, что в силу неравенства

$$\underline{t}_p^{[N]} \le \frac{\underline{t}_p^{[1]}}{n} \le \underline{t}_p^{[N[} + \frac{N-1}{N} t_{p-1}^*, \text{имеем } \frac{\underline{t}_p^{[1]}}{N} - \underline{t}_p^{[N]} \le \frac{N-1}{N} t_{p-1}^*, \quad p = 2,3,...,P.$$

Из определения t_{p-1}^* вытекает, что эта разность будет наименьшей, если список L, из которого получены расписания $L^{[1]} и L^{[N]}$, составлен в порядке возрастания t_p, p=1,2,…,P. Затем определяется качество полученного расписания в случае, когда времена обработки t_p партии случайны, но имеют одно и то же распределение F(x).

Далее рассматриваются алгоритмы планирования с учетом реально действующих шумов и помех. Пусть для каждой партии n заданы: t_n – время обработки партии с учетом выполнения подготовительно – заготовительных работ; d_n – срок поставки заготовок; D_n – директивный срок выпуска партии.

Требуется найти оптимальное расписание $A = (m_n, \underline{t}_n, \bar{t}_n), \quad n = 1,2,...,N,$ где $m_n \in \{1,2,...,N\}$ – номер машины, на которой обрабатывается партия n; $\underline{t}_n$ и $\bar{t}_n$ – начало и конец обработки партии n.

Критерием оптимальности является функция $h(A) = \max\limits_{1 \le n \le N}[\max(0, \bar{t}_n - D_n)]$, которую нужно минимизировать по всем возможным расписаниям A.

Для каждого допустимого расписания выполняются следующие ограничения:

$$\underline{t}_n \ge d_n,\quad \forall_n = 1,2,...,N;$$
$$\bar{t}_n = \underline{t}_n + t_n, \forall_n = 1,2,...,N;$$
$$m_i = m_j \Rightarrow [\underline{t}_i, \bar{t}_j] \cap [\underline{t}_j, \bar{t}_j] = 0,\ i,j = 1,2,...,N.$$

Будем считать, что заготовки поступают с большим опережением, что позволяет сделать упрощение: $d_i = 0, \forall_i = 1,2,...,N.$

Ограничимся классом компактных расписаний([1,5]), для которых выполняется условие: если m_i = m_j и партия j обрабатывается m-м модулем непосредственно за партией i, то $\bar{t}_i = \underline{t}_j$. Каждому компактному расписанию A однозначно соответствует некоторый список L = {n_1,n_2,…,n_N), из которого расписание A получается с помощью списочного алгоритма. Партии включаются в расписание в последовательности заданного списка, при этом каждая партия назначается на ту машину, который освобождается раньше остальных и прерывания в обработке между партиями не допускаются. Расписание для машин, полученное из L с помощью списочного алгоритма, обозначим A_L^M.

Таким образом, задачу составления предварительного расписания можно записать следующим образом: найти список L_0, такой, что $h\left(A_{L_0}^M\right) = \min\limits_{L \in D(N)} h(A_L^M) = h_0$, где D(N) – множество перестановок на {1,2,…,N}.

Можно показать, что $h\left(A_L^M\right) < \max\limits_{1 \le k \le N} h_k = \delta.$ где $h_k = \max\limits_{1 \le i \le N_k} \left(\max(0, \delta_i^k - D_i)\right).$

Таким образом получена вероятностная оценка δ для критерия оптимальности данного расписания A_L^M, которая зависит от списка L и директивных сроков D_i, I = 1,2,…,N. Если директивные сроки удовлетворяют условию

$$D_n \ge \theta_n^m + \Delta_n^m, \forall_n = 1,2,...,N, \tag{2}$$

то $\delta = 0$ с вероятностью P_0 и, следовательно, расписание A_L^M с директивными сроками, удовлетворяющими условию (2), является оптимальным с вероятностью P_0. Если директивные сроки не удовлетворяют условию (2), то возможно изменить их или назначить, то при их выборе можно пользоваться условием (2).

Если директивные сроки не удовлетворяют условию (2) для данного расписания и их изменить нельзя, то нужно изменять расписание так, чтобы удовлетворить условию

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = \theta_n^m \le D_n - \Delta_n^m,\ \text{где}\ \Delta_n^m = \Delta\left(P_0, \theta_n^m\right) = \frac{\lambda}{\mu}\theta_n^m + \frac{f\left(2P_0 - 1\right)\left(2\lambda\theta_n^m\right)^{1/2}}{\mu}$$

На этой теоретической основе синтезированы алгоритмы планирования производств, использующих систему поправочных допусков на требуемые расписания работы и загрузку оборудования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Танаев В.С. Гордон В.С., Шафранский Я.М.* Теория расписаний. Одностадийные системы, - М.: Наука, 1984. – 384 с.
2. *Майника Э.* Алгоритм оптимизации на сетях и графах. – М.: Мир.1981. – 318 с.
3. Исследование операций, тт. 1,2.- М : Мир, 1981, т.1 – 712 с., т.2 – 698 с.
4. *Болнокин В.Е., Данг Ван Уи.* Алгоритм оптимизации системы планирования для дискретных технологических процессов. - Системы управления и информационные технологии, N 5 (22), 2005.- с. 32 - 36.
5. *Гудушаури Э.Г., Болнокин В.Е., Чинаев П.И.* Эффективность гибких автоматизированных производств. – М.: Наука , 1992. – 198 с.