

## ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ ДЕКОМПОЗИЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ МОЩНЫХ ТРАНЗИСТОРОВ

© 2016 г. В.В. СИРОТКИН

Институт проблем технологии микроэлектроники и особочистых  
материалов РАН, г. Черноголовка  
e-mail: sirotkin@iptm.ru

В работе представлена технология построения эффективного вычислительного инструмента для компьютерного исследования тепловых режимов мощных транзисторов с учетом особенностей систем их охлаждения. Технология основана на сочетании метода декомпозиции, метода фиктивных областей [1] и составных несогласованных прямоугольных сеток. К преимуществам данной технологии можно отнести: во-первых, возможность генерации сеток, адаптивных к решению и при этом достаточно экономичных (содержащих малое количество как избыточных, так и фиктивных узлов); во-вторых, простоту сеточной аппроксимации дифференциальных задач. Кроме того, полученные сеточные задачи имеют матрицы коэффициентов с регулярной ленточной структурой, что позволяет применять для их решения быстрые итерационные методы.

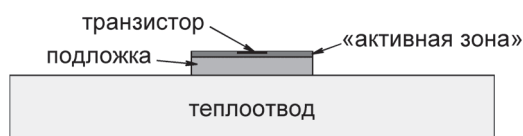


Рис. 1. Общий вид тестовых структур.

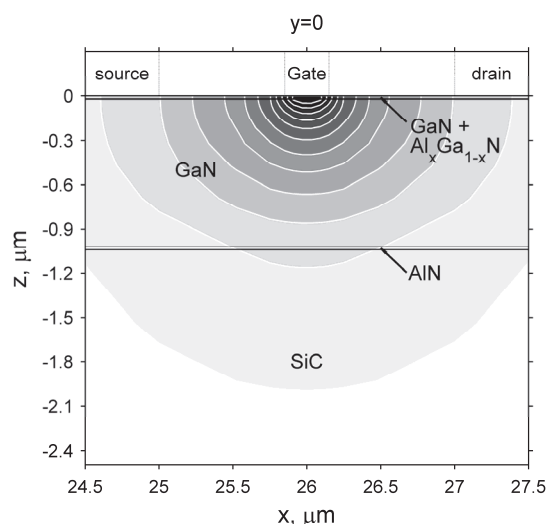


Рис. 2. Фрагмент распределения температуры  $T$  в двумерном сечении структуры 1, проходящем через ее центр параллельно плоскости  $XOZ$ . Показана область ближайшего к центру правого канала.

Важнейшей составной частью предлагаемой технологии является декомпозиционный итерационный алгоритм, который представляет собой модифицированный метод Шварца. Модификация предполагает задание на части внутренних границ подобластей, полученных при декомпозиции, условий типа Робина вместо условий типа Дирихле (см., например, [2]). Специально разработанная методика подбора оптимальных значений параметров для краевых условий типа Робина обеспечивает алгоритму высокую скорость сходимости, которая подтверждается расчетами для двух тестовых структур, общий вид которых приведен на рис. 1.

Тестовые структуры содержат мощные транзисторы с высокой подвижностью электронов (HEMT), построенные на основе гетероструктур  $AlGaN/GaN$ . Транзисторы сформированы на кристаллах площадью  $870 \times 400 \text{ мкм}^2$ , которые состоят из следующих слоев (см. рис. 2 и 3): подложка либо  $SiC$ , либо  $AlN$  (300 нм), затравочный слой  $AlN$  (20 нм), буферный слой  $GaN$  (1 нм), подбарьерный слой  $Al_xGa_{1-x}N + GaN$  (20 нм). Далее для краткости структура, выполненная на подложке из  $SiC$ , обозначается как «структура 1», а

на подложке из AlN – как «структура 2».

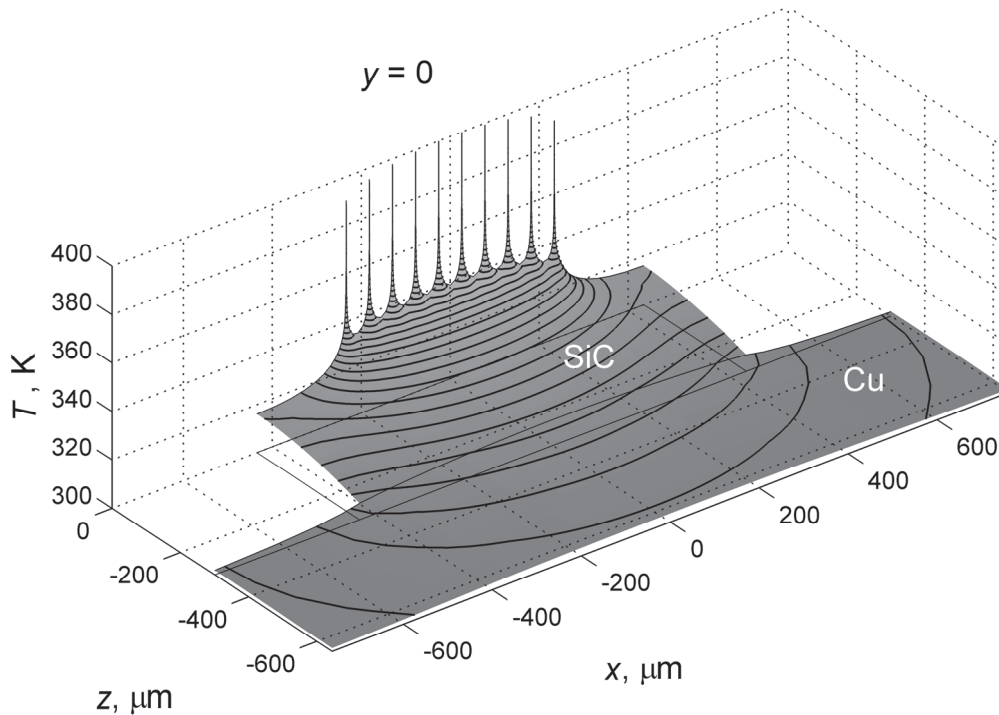


Рис. 3. Фрагмент распределения температуры  $T$  в двумерном сечении структуры 1, проходящем через ее центр параллельно плоскости  $XOZ$ . Мощность теплового источника  $Q$  – 5.715 Вт.

При моделировании предполагается, что выделение тепла в транзисторах происходит в зоне проводящих каналов на границе подбарьерного и буферного слоев и что источник тепла ( $Q$ ) «наследует» форму затвора. При этом, затвор представляется набором из 10 параллельных полосок площадью  $0.3 \times 100 \text{ мкм}^2$ , размещенных с шагом 52 мкм (общая ширина затвора 1 мм). Полоски расположены симметрично относительно краев кристалла.

При расчетах учитывается зависимость от температуры теплопроводности ( $\lambda$ ) материалов, из которых составлены транзисторные структуры.

Для охлаждения транзисторов используется теплоотвод (медный радиатор) размером  $10 \times 10 \times 1 \text{ мм}^3$ , на нижней стороне которого ( $\Gamma_0$ ) поддерживается постоянная температура ( $T_0$ ) (что соответствует жидкостному охлаждению радиатора). Все остальные поверхности тестовых структур полагаются теплоизолированными.

При сделанных предположениях, стационарное распределение температуры  $T$  в исследуемых структурах описывается нелинейным уравнением теплопроводности

$$\Delta\{T(P)\}T(P) \equiv \nabla[\lambda(P, T)\nabla T(P)] = Q(P), \quad P = (x, y, z) \in \Omega, \quad (1)$$

со следующими граничными условиями

$$\nabla T(P) \cdot \vec{\nu} = 0, \quad P \in \partial\Omega / \Gamma_0, \quad T(P) = T_0, \quad P \in \Gamma_0, \quad (2)$$

где  $\vec{\nu}$  – внешняя нормаль.

Декомпозиция исходной области  $\Omega$  на подобласти проводится таким образом, чтобы разделить зоны с разной скоростью изменения температурного поля. В рассматриваемом случае можно выделить три такие зоны (см. рис. 1-3): приповерхностная «активная зона», включающая транзистор, остальная часть кристалла и теплоотвод. Таким образом, исходная задача (1)-(2) заменяется набором трех подзадач:

$$\begin{aligned} \Delta w_1(P) = Q(P), \quad P \in \Omega_1; \quad \Delta w_2(P) = 0, \quad P \in \Omega_2; \quad \Delta w_3(P) = 0, \quad P \in \Omega_3; \\ \Omega_1 \cap \Omega_2 \neq \emptyset; \quad \Omega_2 \cap \Omega_3 \neq \emptyset; \end{aligned} \quad (3)$$

Для получения согласованного решения на всей области  $\Omega$  используется итерационный алгоритм, который предполагает последовательное решение задач на подобластях  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  со следующими условиями на их внутренних границах:

$$w_1^m(P) = w_2^{m-1}(P), P \in \Gamma_{12} = \partial\Omega_1 \cap \bar{\Omega}_2; \quad (4)$$

$$\frac{\partial w_2^m(P)}{\partial \nu} = \frac{\partial w_1^m(P)}{\partial \nu}, P \in \Gamma_{21} = \partial\Omega_2 \cap \bar{\Omega}_1; \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_2^m(P)}{\partial \nu} + \alpha_{23}(P)w_2^m(P) = \frac{\partial w_3^{m-1}(P)}{\partial \nu} + \alpha_{23}(P)w_3^{m-1}(P), P \in \Gamma_{23} = \partial\Omega_2 \cap \bar{\Omega}_3; \quad (6)$$

$$\frac{\partial w_3^m(P)}{\partial \nu} + \alpha_{32}w_3^m(P) = \frac{\partial w_2^m(P)}{\partial \nu} + \alpha_{32}w_2^m(P), P \in \Gamma_{32} = \partial\Omega_3 \cap \bar{\Omega}_2; \quad (7)$$

где  $m$  – номер итерации, а параметры  $\alpha_{23}$  и  $\alpha_{32}$  определяются из следующих соотношений:

$$\alpha_{23}(P) = \frac{\partial \psi(P)}{\partial \nu}, P \in \Gamma_{23}; \quad \Delta \psi(P) = 0, P \in \Omega_3; \quad \psi(P) = 1, P \in \Gamma_{23}; \quad \alpha_{32} = \left[ \int_{Z_{12}} \frac{dz}{\lambda(z)} \right]^{-1}, \quad (8)$$

здесь  $Z_{12}$  – расстояние между границей  $\Gamma_{32}$  и верхом структуры. Следует отметить, что условия на внешних границах подобластей соответствуют (2).

«Стандартный» подход к решению нелинейного уравнения теплопроводности (1) предполагает использование метода простых итераций

$$\Lambda\{T^n(P)\}T^{n+1}(P) = Q(P), P \in \Omega, \quad (9)$$

где  $n$  – номер итерационного шага. Указанный метод имеет хорошую сходимость.

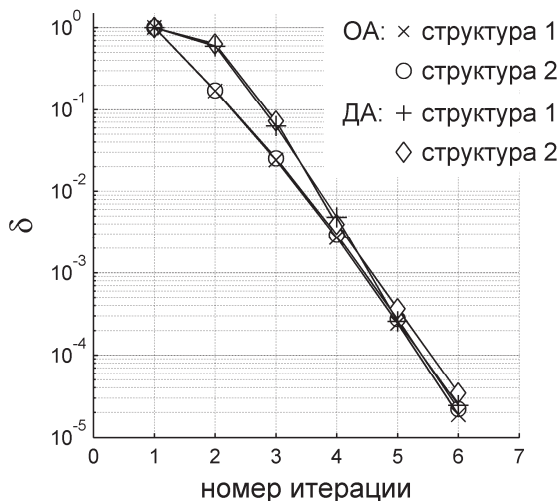


Рис. 4. Сходимость «обычного», без использования разбиения на подобласти, (OA) и декомпозиционного (ДА) алгоритмов при решении тестовых задач.  $\delta$  – точность решения в равномерной норме.

При реализации декомпозиционного алгоритма (2)-(8) применяется тот же способ линеаризации, что и в (9). При этом итерации по подобластям совмещаются с «линеаризующими» итерациями.

На рис. 4 сравнивается сходимость «обычного» (без разбиения) и декомпозиционного алгоритмов при решении тестовых задач. Видно, что для достижения одинаковой точности алгоритмам требуется равное число итераций. Однако в рассматриваемом случае декомпозиционный алгоритм показывает почти четырехкратное сокращение вычислительных затрат.

В заключение важно подчеркнуть, что описанный в работе декомпозиционный алгоритм сохраняет свою высокую эффективность как при моделировании более сложных по строению транзисторных структур, так и при рассмотрении систем охлаждения, использующих естественную или принудительную конвекцию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вабищевич П.Н. Метод фиктивных областей в задачах математической физики. М.: МГУ, 1991.
2. Engquist B., Zhao H.K. Absorbing boundary conditions for domain decomposition. // Applied Numerical Mathematics. – 1998, v.27, p.341-365.